

CONSIGNAS:

- ✓ Estas actividades abarcan nuestras clases de las próximas dos semanas.
- ✓ Todas las actividades serán corregidas al retomar las clases presenciales.
- ✓ No se dejen estar con las actividades solicitadas en cada material que envío, ¡recuerden! que sobre algunos de los temas dados tendrán que realizar trabajos prácticos, los cuales deberán enviar por mail **cuando sean solicitados**.
- ✓ **No hay que mandar** los ejercicios de esta actividad todavía.
- ✓ Para cualquier consulta les dejo mi mail: carloschiaretta2@gmail.com

ACTIVIDADES

- 1)** Copiar en la carpeta todo lo dado a continuación, tanto lo teórico como lo práctico.
- 2)** Los ejercicios resolverlos después de haber interpretado bien la parte teórica, manteniendo el orden en que están dados. Antes de cada ejercitación están los ejemplos de la manera de resolver los ejercicios dados, para que puedan guiarse en como resolverlos correctamente.
- 3)** También les dejo el link de unos videos donde se explica las operaciones con radicales dadas.

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE RADICALES.wmv

<https://www.youtube.com/watch?v=bctRXJ4Cdo8>

Multiplicación y división de radicales, mismo índice (Secundaria)

<https://www.youtube.com/watch?v=ioQNiIQKzfl>

RADICALES SEMEJANTES

Dos **radicales** son **semejantes** cuando tienen **el mismo índice** y el **mismo radicando**. Los radicales pueden ir multiplicados por un factor, llamado **coeficiente**, que **puede ser distinto** en los radicales semejantes.

Pares de radicales semejantes	Pares de radicales no semejantes
$\sqrt[2]{3}$ y $5\sqrt[2]{3}$	$\sqrt[3]{7}$ y $\sqrt[2]{7}$
$4\sqrt[3]{2}$ y $2\sqrt[3]{2}$	$5\sqrt[2]{3}$ y $5\sqrt[2]{2}$
$\sqrt[4]{5}$ y $3\sqrt[4]{5}$	$\sqrt[2]{3}$ y $9\sqrt[5]{4}$

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE ADICALES

Sólo es posible **sumar** o **restar** términos que contienen **radicales semejantes**. La suma o resta de radicales semejantes es a nivel de coeficientes, manteniéndose el radical común.

Ejemplos: Se marcan del mismo color los términos con radicales semejantes, para poder identificarlos y realizar la suma o resta de manera más sencilla

a) $3\sqrt[2]{2} + 5\sqrt[2]{2} - 2\sqrt[2]{2} = 7\sqrt[2]{2}$ → 3 términos con radicales semejantes

b) $5\sqrt[2]{3} - 2\sqrt[2]{5} + 3\sqrt[2]{3} + 7\sqrt[2]{5} = 8\sqrt[2]{3} + 5\sqrt[2]{5}$ → no todos los términos tienen radicales semejantes por lo tanto se **suman o restan** entre sí solamente los que están marcados del **mismo color**.

c) $2\sqrt[4]{5} - 12\sqrt[3]{5} + 15\sqrt[4]{5} + 8\sqrt[3]{5} + 9\sqrt[2]{5} = 17\sqrt[4]{5} - 4\sqrt[3]{5} + 9\sqrt[2]{5}$ → no todos los términos tienen radicales semejantes por lo tanto se **suman o restan** entre sí solamente los que están marcados del **mismo color**.

1 Resuelva las siguientes sumas y restas con radicales

a) $8\sqrt[2]{2} + \sqrt[2]{2} - 5\sqrt[2]{2} =$

b) $\sqrt[3]{5} + \sqrt[2]{5} - 7\sqrt[3]{5} + \sqrt[2]{5} =$

c) $12\sqrt[4]{3} - 12\sqrt[3]{3} + 15\sqrt[4]{3} - 15\sqrt[3]{3} + 7\sqrt[3]{3} =$

d) $17\sqrt[5]{2} - 12\sqrt[5]{2} + 17\sqrt[5]{3} - 5\sqrt[5]{2} + 4\sqrt[5]{3} =$

Existen casos en los cuales ciertos radicales aparentemente no son semejantes. Para comprobar si dos radicales son semejantes o no, se simplifican si se puede y se extraen todos los factores que sea posible. A esto se denomina llevar un radical a su mínima expresión.

Ejemplos:

a $3\sqrt[2]{2} + \sqrt[2]{8} =$ → 2 términos con radicales que **aparentemente no son semejantes**

$\sqrt[2]{8} = \sqrt[2]{2^3} = 2\sqrt[2]{2}$ → pero si al 2º término lo factorizamos y extraemos factores

$3\sqrt[2]{2} + 2\sqrt[2]{2} =$ → vemos que los radicales **son semejantes** y los podremos sumar

$$3\sqrt[2]{2} + 2\sqrt[2]{2} = 5\sqrt[2]{2}$$

b $19\sqrt[2]{5} - 3\sqrt[4]{25} =$ → 2 términos con radicales que **aparentemente no son semejantes**

$-3\sqrt[4]{25} = -3\sqrt[4]{5^2} = -3\sqrt[2]{5}$ → pero si al 2º término lo factorizamos y simplificamos

$19\sqrt[2]{5} - 3\sqrt[2]{5} =$ → vemos que los radicales **son semejantes** y los podremos restar

$$19\sqrt[2]{5} - 3\sqrt[2]{5} = 16\sqrt[2]{5}$$

c En este ejemplo tenemos más de dos términos con radicales que aparentemente no son semejantes y lo resolvemos aplicando el mismo procedimiento visto anteriormente:

$$3\sqrt[4]{2^2} - 5\sqrt[2]{32} + 7\sqrt[2]{8} - 9\sqrt[2]{50} =$$

$$3\sqrt[2]{2} - 5\sqrt[2]{2^5} + 7\sqrt[2]{2^3} - 9\sqrt[2]{2 \cdot 5^2} =$$

$$3\sqrt[2]{2} - 5 \cdot 2^2 \cdot \sqrt[2]{2} + 7 \cdot 2 \cdot \sqrt[2]{2} - 9 \cdot 5 \cdot \sqrt[2]{2} =$$

$$3\sqrt[2]{2} - 20\sqrt[2]{2} + 14\sqrt[2]{2} - 45\sqrt[2]{2} = -48\sqrt[2]{2}$$

d También podemos tener radicales con números y letras y resolvemos de la misma manera vista anteriormente:

$$\sqrt[2]{9 \cdot x} - \sqrt[2]{25 \cdot x} + \sqrt[2]{8 \cdot x} - \sqrt[2]{49 \cdot x} + \sqrt[2]{72 \cdot x} =$$

$$\sqrt[2]{3^2 \cdot x} - \sqrt[2]{5^2 \cdot x} + \sqrt[2]{2^3 \cdot x} - \sqrt[2]{7^2 \cdot x} + \sqrt[2]{2^3 \cdot 3^2 \cdot x} =$$

$$3 \cdot \sqrt[2]{x} - 5 \cdot \sqrt[2]{x} + 2 \cdot \sqrt[2]{2 \cdot x} - 7 \cdot \sqrt[2]{x} + 2 \cdot 3 \cdot \sqrt[2]{2 \cdot x} =$$

$$3\sqrt[2]{x} - 5\sqrt[2]{x} + 2\sqrt[2]{2 \cdot x} - 7\sqrt[2]{x} + 6\sqrt[2]{2 \cdot x} = -9\sqrt[2]{x} + 8\sqrt[2]{2 \cdot x}$$

no todos los términos tienen radicales semejantes por lo tanto se **suman o restan** entre sí solamente los que están marcados del **mismo color**.

2] Llevar los radicales a su mínima expresión, ya sea simplificando índices o extrayendo factores, y luego resuelva las siguientes sumas y restas con radicales:

a) $3\sqrt[2]{18} - 11\sqrt[2]{2} + 2\sqrt[2]{50} =$

b) $\sqrt[2]{12} - 3\sqrt[2]{3} + 2\sqrt[2]{75} =$

c) $\sqrt[4]{4} + \sqrt[6]{8} - \sqrt[12]{64} =$

d) $3\sqrt[2]{7 \cdot x} - 4\sqrt[2]{28 \cdot x} + \sqrt[2]{63 \cdot x} =$

e) $4\sqrt[2]{20} - 3\sqrt[2]{12} - 2\sqrt[2]{45} + \sqrt[2]{27} =$

f) $5\sqrt[2]{24} + 8\sqrt[2]{54} - \sqrt[2]{96} - \sqrt[2]{150} =$

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE RADICALES DE IGUAL ÍNDICE

Para efectuar cualquier multiplicación o división de radicales, estos deben tener el mismo índice.

➤ Multiplicación $\rightarrow \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$

➤ División $\rightarrow \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$

Ejemplos:

Multiplicaciones:

a) $\sqrt[2]{18} \cdot \sqrt[2]{2} = \sqrt[2]{18 \cdot 2} = \sqrt[2]{36} = 6 \rightarrow$ el resultado es un número entero

b) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{5 \cdot 3 \cdot 2} = \sqrt[3]{30} \rightarrow$ no se puede extraer factores

c) $\sqrt[2]{15} \cdot \sqrt[2]{3} = \sqrt[2]{15 \cdot 3} = \sqrt[2]{45} \rightarrow$ se puede extraer factores y nos queda:

$$\sqrt[2]{45} = \sqrt[2]{3^2 \cdot 5} = 3^1 \sqrt[2]{3^0 \cdot 5} = 3 \cdot \sqrt[2]{5}$$

d) $\sqrt[3]{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{4}} = \sqrt[3]{\frac{3}{4} \cdot \frac{9}{4}} = \sqrt[3]{\frac{27}{16}} \rightarrow$ se puede extraer factores y nos queda:

$$\sqrt[3]{\frac{27}{16}} = \sqrt[3]{\frac{3^3}{2^4}} = \frac{3^1}{2^1} \sqrt[3]{\frac{3^0}{2^1}} = \frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$$

Divisiones:

a) $\sqrt[3]{16} : \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{16:2} = \sqrt[3]{8} = \boxed{2}$ → el resultado es un número entero

b) $\sqrt[4]{15} : \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{15:3} = \sqrt[4]{5}$ → no se puede extraer factores

c) $\sqrt[2]{\frac{1}{3}} : \sqrt[2]{\frac{3}{5}} = \sqrt[2]{\frac{1}{3} : \frac{3}{5}} = \sqrt[2]{\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{3}} = \sqrt[2]{\frac{5}{9}}$ → se puede extraer factores y nos

queda: $\sqrt[2]{\frac{5}{9}} = \sqrt[2]{\frac{5}{3^2}} = \frac{1}{3^1} \sqrt[2]{\frac{5}{3^0}} = \frac{1}{3} \sqrt[2]{\frac{5}{1}} = \frac{1}{3} \sqrt[2]{5}$

3 Resuelva las siguientes multiplicaciones y divisiones con radicales de igual índice. Extraiga todos los factores cuando sea posible

a) $\sqrt[2]{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[2]{8} =$

b) $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{75} =$

c) $\sqrt[3]{15} \cdot \sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{5} =$

d) $\sqrt[3]{54} : \sqrt[3]{2} =$

e) $\sqrt[2]{\frac{3}{5}} : \sqrt[2]{\frac{5}{7}} =$

La operatoria con radicales cumple las siguientes propiedades:

➤ **Propiedad distributiva** de la multiplicación y división, respecto de la suma y resta:

$$a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$$

$$(b \pm c) : a = b : a \pm c : a$$

Ejemplos:

a) $\sqrt[2]{3} \cdot (\sqrt[2]{3} + \sqrt[2]{27}) = \sqrt[2]{3 \cdot 3} + \sqrt[2]{3 \cdot 27} = \sqrt[2]{9} + \sqrt[2]{81} = 3 + 9 = \boxed{12}$

b) $(\sqrt[2]{125} - \sqrt[2]{20}) : \sqrt[2]{5} = \sqrt[2]{125 : 5} - \sqrt[2]{20 : 5} = \sqrt[2]{25} - \sqrt[2]{4} = 5 - 2 = \boxed{3}$

Productos notables:

Los **productos notables** son operaciones algebraicas, donde se expresan multiplicaciones de polinomios, que no necesitan ser resueltas tradicionalmente efectuando la multiplicación término a término, sino que **con la ayuda de ciertas reglas se pueden encontrar los resultados de las mismas, de forma más sencilla.**

Los productos notables más comunes son el **cuadrado de un binomio** y el **producto de la suma por la diferencia**. Vamos a ver estos productos notables, a demostrar sus respectivas fórmulas y a emplearlas en los ejercicios.

➤ Cuadrado de un binomio

Un binomio es una expresión algebraica de dos términos $\rightarrow a + b$

El producto de un binomio por sí mismo recibe el nombre de “cuadrado de un binomio”

$$(a + b) \cdot (a + b) = (a + b)^2 \rightarrow \text{Cuadrado de un binomio}$$

El desarrollo del “cuadrado de un binomio” se puede obtener multiplicando término a término:

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + ab + ab + b^2$$
$$= a^2 + 2ab + b^2$$

Obtenemos que: $(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$

lo cual nos permite enunciar lo siguiente:

El **cuadrado de un binomio** es igual **al cuadrado del primer término, más el doble del producto de ambos términos, más el cuadrado del segundo término.**

Ejemplos del “cuadrado de un binomio” con radicales

$$a) (\sqrt[2]{10} + \sqrt[2]{3})^2 = (\sqrt[2]{10})^2 + 2 \cdot \sqrt[2]{10} \cdot \sqrt[2]{3} + (\sqrt[2]{3})^2 = 10 + 2 \cdot \sqrt[2]{30} + 3 = \boxed{13 + 2\sqrt[2]{30}}$$

En este caso el 2º término es negativo y se resuelve así:

$$b) (\sqrt[2]{5} - \sqrt[2]{7})^2 = (\sqrt[2]{5})^2 + 2 \cdot \sqrt[2]{5} \cdot (-\sqrt[2]{7}) + (-\sqrt[2]{7})^2 = 5 - 2 \cdot \sqrt[2]{35} + 7 = \boxed{12 - 2\sqrt[2]{35}}$$

➤ **Producto de la suma de dos términos por su diferencia**

El producto de la suma de dos términos por su diferencia es:

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2 \rightarrow \text{Diferencia de cuadrados}$$

Demostración:

$$(a+b) \cdot (a-b) = a \cdot a - a \cdot b + a \cdot b - b \cdot b = a^2 - \cancel{a \cdot b} + \cancel{a \cdot b} - b^2 = a^2 - b^2$$

Obtenemos que: $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

lo cual nos permite enunciar lo siguiente:

La suma de dos términos multiplicada por su diferencia es igual al **cuadrado del primer término menos el cuadrado del segundo término**, lo cual se denomina “diferencia de cuadrados”

Ejemplos del “producto de la suma de dos términos por su diferencia”, con radicales

$$a) (\sqrt[2]{10} + \sqrt[2]{3}) \cdot (\sqrt[2]{10} - \sqrt[2]{3}) = (\sqrt[2]{10})^2 - (\sqrt[2]{3})^2 = 10 - 3 = \boxed{7}$$

$$b) (\sqrt[2]{5} + \sqrt[2]{7}) \cdot (\sqrt[2]{5} - \sqrt[2]{7}) = (\sqrt[2]{5})^2 - (\sqrt[2]{7})^2 = 5 - 7 = \boxed{-2}$$

recordar que el orden de los factores no altera el producto, por lo tanto:

$$(a+b) \cdot (a-b) = (a-b) \cdot (a+b) = a^2 - b^2$$

$$c) (\sqrt[2]{13} - \sqrt[2]{11}) \cdot (\sqrt[2]{13} + \sqrt[2]{11}) = (\sqrt[2]{13})^2 - (\sqrt[2]{11})^2 = 13 - 11 = \boxed{2}$$

$$d) (\sqrt[2]{18} - \sqrt[2]{23}) \cdot (\sqrt[2]{18} + \sqrt[2]{23}) = (\sqrt[2]{18})^2 - (\sqrt[2]{23})^2 = 18 - 23 = \boxed{-5}$$

4 Resuelva los siguientes ejercicios con radicales y aplique las propiedades vistas anteriormente:

$$a) \sqrt[2]{2} \cdot (\sqrt[2]{2} + \sqrt[2]{8}) =$$

$$b) \sqrt[3]{4} \cdot (\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{16}) =$$

$$c) (\sqrt[2]{75} - \sqrt[2]{27}) : \sqrt[2]{3} =$$

$$d) (\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{54}) : \sqrt[3]{2} =$$

$$e) (\sqrt[2]{3} + \sqrt[2]{5}) \cdot (\sqrt[2]{3} - \sqrt[2]{5}) =$$

$$f) (\sqrt[2]{3} - \sqrt[2]{5})^2 =$$

$$g) (\sqrt[2]{8} - \sqrt[2]{3}) \cdot (\sqrt[2]{8} + \sqrt[2]{3}) =$$

$$h) (\sqrt[2]{6} + \sqrt[2]{7})^2 =$$